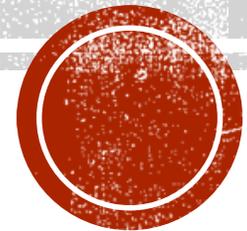
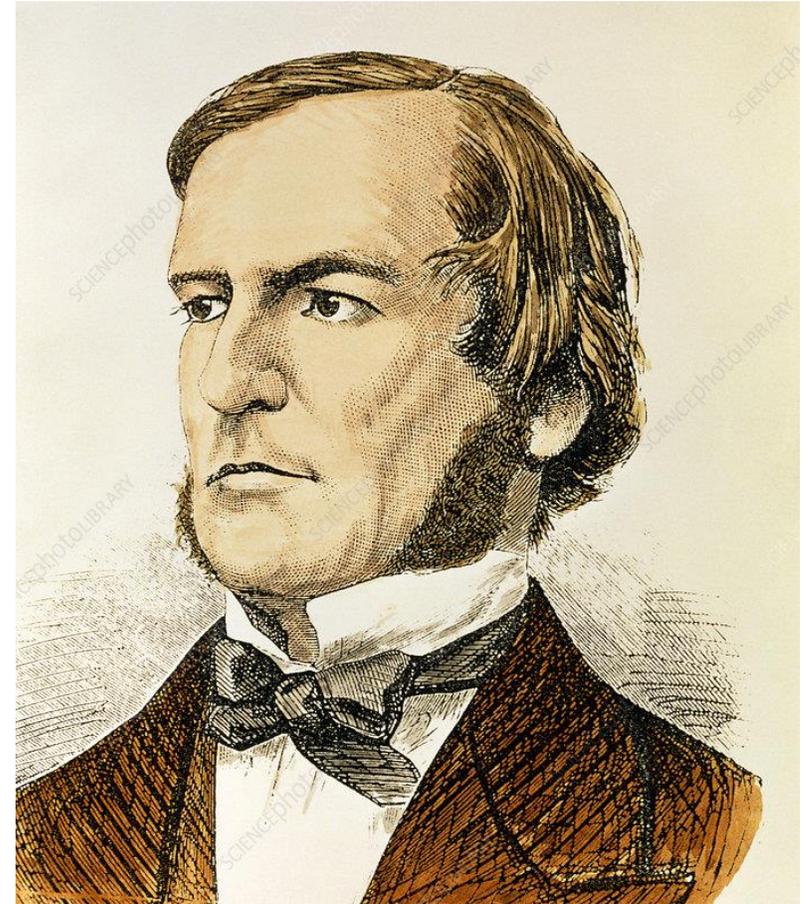


OPÉRATEURS BOOLÉENS



GEORGE BOOLE

- George Boole, né le 2 novembre 1815 à Lincoln et mort le 8 décembre 1864 à Ballintemple, est un logicien, mathématicien et philosophe britannique. Il est le créateur de la **logique moderne**, fondée sur une structure algébrique et sémantique, que l'on appelle algèbre de Boole en son honneur.



VALEURS BOOLÉENNES

0

1



BASES DE LA LOGIQUE BOOLÉENNE

OU

TABLE DE VÉRITÉ

a U b		
entrées		sortie
a	b	a+b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ET

TABLE DE VÉRITÉ

a ∩ b		
entrées		sortie
a	b	a . b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NON

TABLE DE VÉRITÉ

NON a	
entrée	sortie
a	\bar{a}
0	1
1	0



ALGÈBRE DE BOOLE

Principales règles de l'algèbre de Boole.				
Loi	Multiplication ET		Addition OU	
	Nullité	1	$a \bullet 0 = 0$	2
Identité	3	$a \bullet 1 = a$	4	$a + 0 = a$
Idempotence	5	$a \bullet a = a$	6	$a + a = a$
Inversion	7	$a \bullet \bar{a} = 0$	8	$a + \bar{a} = 1$
Commutativité	9	$a \bullet b = b \bullet a$	10	$a + b = b + a$
Absorption	11	$a \bullet (a + b) = a$	12	$a + (a \bullet b) = a$
Distributivité	13	$a + (b \bullet c) = (a + b) \bullet (a + c)$	14	$a \bullet (b + c) = a \bullet b + a \bullet c$
Associativité	15	$a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c$	16	$a + (b + c) = (a + b) + c$
De Morgan	17	$\overline{ab} = \bar{a} + \bar{b}$	18	$\overline{a + b} = \bar{a} \bullet \bar{b}$



ALGÈBRE DE BOOLE

Les égalités suivantes sont aussi utiles:

$$19. a \bullet b + a \bullet \bar{b} = a$$

$$20. a + b = a + (\bar{a} \bullet b)$$

$$21. a + b = (a \bullet b) + (a \bullet \bar{b}) + (\bar{a} \bullet b)$$

$$22. (\bar{a} \bullet b) + (\bar{a} \bullet \bar{b}) = \bar{a}$$

$$23. (a \bullet b) + (a \bullet \bar{b}) + (\bar{a} \bullet b) + (\bar{a} \bullet \bar{b}) = 1$$

$$24. (a + b) + (\bar{a} + \bar{b}) = (a \bullet \bar{b}) + (\bar{a} \bullet b)$$

$$25. (a + b) \bullet (\overline{a \bullet b}) = (a \bullet \bar{b}) + (\bar{a} \bullet b)$$

$$26. \overline{\overline{a}} = a$$



APPLICATION 1

Analyser le circuit de la figure 5.2. Déterminer la fonction logique et générer la table de vérité.

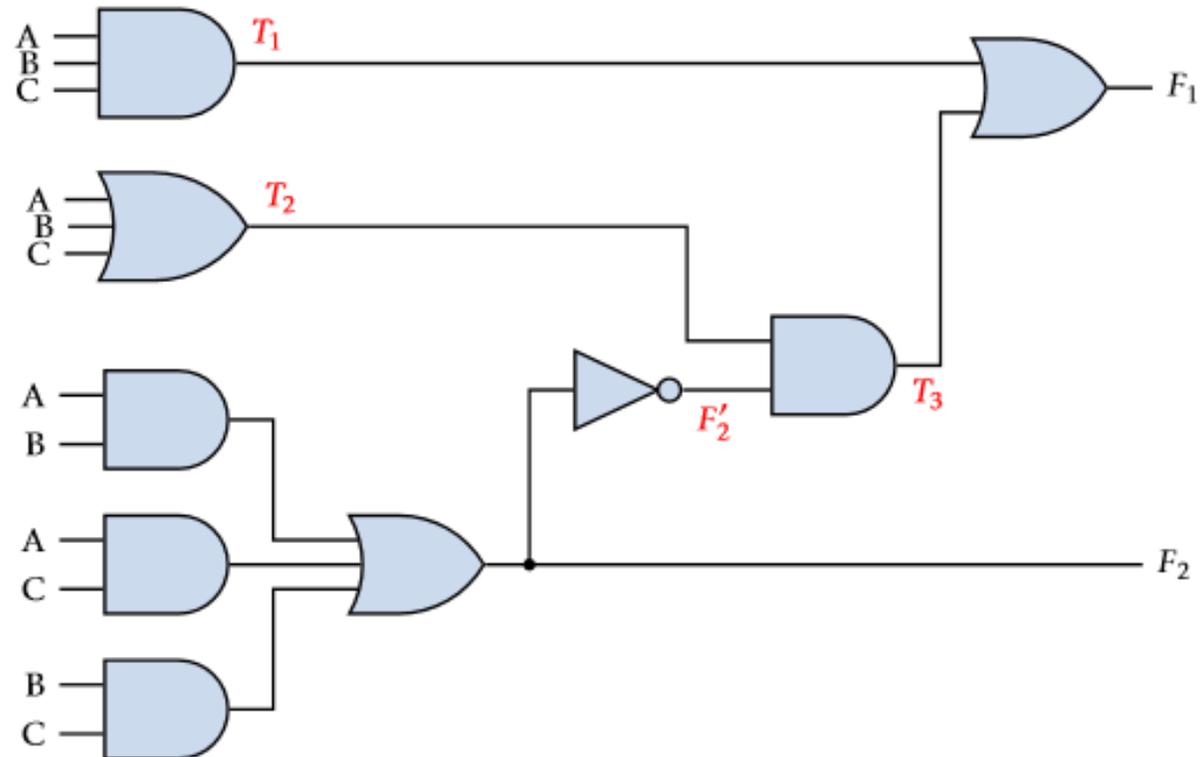


FIGURE 5.2 – Circuit combinatoire de l'exemple 1



APPLICATION 1

Les sorties intermédiaires sont nommées dans le circuit de la figure 5.2. Le circuit a trois entrées : A, B et C, et deux sorties : F_1 et F_2 . Les trois premières sorties sont :

$$F_2 = AB + AC + BC$$

$$T_1 = A + B + C$$

$$T_2 = ABC$$

Ensuite, les sorties qui viennent de signaux déjà définis :

$$T_3 = F_2' T_1$$

$$F_1 = T_3 + T_2$$

Pour obtenir F_1 en fonction de A, B, et C, on doit effectuer des substitutions.

$$\begin{aligned} F_1 &= T_3 + T_2 = F_2' T_1 + ABC = (AB + AC + BC)'(A + B + C) + ABC \\ &= (A' + B')(A' + C')(B' + C')(A + B + C) + ABC \\ &= (A' + B'C')(AB' + AC' + BC' + B'C) + ABC \\ &= A'BC' + A'B'C + AB'C' + ABC \end{aligned}$$



APPLICATION 2

a	b	c	d	s
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$s = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + abc\bar{d} + abcd$$

$$s = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + abc\bar{d} + abcd = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + abc(\bar{d} + d) = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + abc$$



APPLICATION 2

<https://www.dcode.fr/calcul-expressions-booleennes>

Résultats

`(! a && ! b && ! c && d) || (a && b && c && ! d) || (a && b && c && d)`
=
`(a * b * c) + (! a * ! b * ! c * d)`



APPLICATION 3

Dans Excel, il y a les trois fonctions booléennes de base :

ET()

OU()

NON()



APPLICATION 3

=ET(A3="F";D3="Brossard";F3=0)

=ET(A3="H";D3="Montréal";F3=0)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1							Liste des Brossardoises sans enfant :	Liste des Montréalais sans enfant:	Liste des Brossardoises ou Montréalais sans enfant:
2	Sexe	Prénom	Nom	Ville	Salaire	Enfants			
3	F	Line	Arsenault	St-Ignace	35 000 \$	1	FAUX	FAUX	FAUX
4	F	Aline	Asselin	Brossard	40 000 \$	0	VRAI	FAUX	VRAI
5	F	Johanne	Ayotte	Montréal	30 000 \$	0	FAUX	FAUX	FAUX
6	F	Francine	Bachand	Laval	24 000 \$	1	FAUX	FAUX	FAUX
7	H	Denis	Beaudoin	Brossard	40 000 \$	0	FAUX	FAUX	FAUX
8	F	Caroline	Bélisle	La Prairie	24 000 \$	1	FAUX	FAUX	FAUX
9	F	Andrée	Bellavance	Longueuil	40 000 \$	6	FAUX	FAUX	FAUX
10	F	Judith	Boudreau	Brossard	30 000 \$	0	VRAI	FAUX	VRAI
11	F	Andrée	Casavant	Montréal	40 000 \$	2	FAUX	FAUX	FAUX
12	F	Andréa	Champagne	Longueuil	24 000 \$	1	FAUX	FAUX	FAUX
13	H	Luc	Comtois	Montréal	30 000 \$	0	FAUX	VRAI	VRAI
14	H	Denis	Couillard	St-Bruno	40 000 \$	0	FAUX	FAUX	FAUX

=OU(ET(A3="F";D3="Brossard";F3=0);ET(A3="H";D3="Montréal";F3=0))



RÉFÉRENCES

- https://fr.wikipedia.org/wiki/George_Boole
- <http://uqac.ca/rebaine/8INF212/CHAPITRE3recover.pdf>
- http://www8.umoncton.ca/umcm-cormier_gabriel/Circuitslogiques/GELE2442_Notes5.pdf
- <https://openclassrooms.com/fr/courses/5439146-faites-vos-premiers-pas-dans-le-monde-de-l-electronique-numerique/5693661-synthetisez-des-fonctions-a-partir-de-leur-table-de-verite>

